Funkcja liniowa

TEORIA

Funkcja liniowa ma wzór **f(x) = ax + b**. Jej wykres jest prostą. Najpierw popatrz na a, potem na b.

a mówi, w którą stronę

a > 0: rosnąca ↗
a < 0: malejąca ↘
a = 0: stała →

Czytaj wykres od lewej do prawej. Dla f(x) = 2x − 3 mamy a = 2, więc funkcja rośnie.

b pokazuje przecięcie z osią Y

P = (0; b)

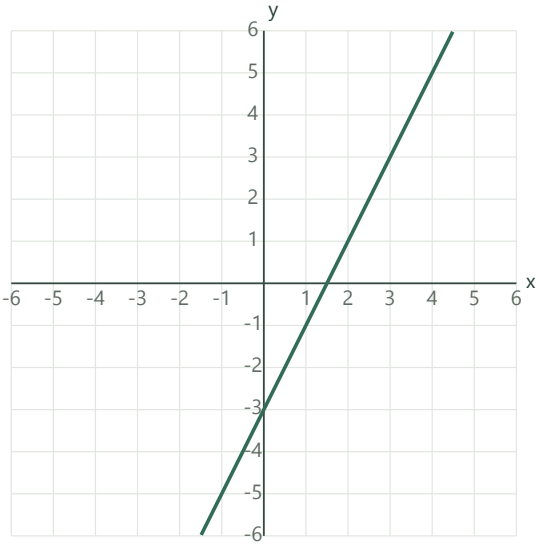
Podstaw x = 0: zostaje f(0) = b. Dla f(x) = 2x − 3 punkt przecięcia to (0; −3).

Miejsce zerowe: podstaw y = 0

$$x_0 = -\frac{b}{a}$$

Ten wzór działa dla a ≠ 0. Przykład: 2x − 3 = 0, więc x = 3/2. Gdy a = 0: dla b ≠ 0 brak miejsc zerowych, a dla b = 0 każda liczba jest miejscem zerowym.

Przykład: f(x) = 2x − 3



Funkcja rośnie, przecina oś Y w punkcie (0; −3), a jej miejsce zerowe to 3/2. Na stronie możesz zmieniać współczynniki.

Dwie proste - porównaj ich liczbę przed x

Równoległe

$a_1 = a_2$

Np. $y = 3x - 5$ i $y = 3x + 4$.

Prostopadłe

$a_1 \cdot a_2 = -1$ lub $a_1 = -\frac{1}{a_2}$

Np. $y = 3x - 6$ i $y = -\frac{1}{3}x + 2$.

Odwróć współczynnik i zamień jego znak.

Dla różnych prostych równoległych także $b_1 \neq b_2$. Prosta pozioma i pionowa są prostopadłe - pionowej nie zapiszesz jako $y = ax + b$.

Punkt, kąt i przesunięcie - trzy przydatne ruchy

Punkt na prostej: wstaw jego x i y do wzoru. Dla $y = 2x + b$ oraz (3; 8): $8 = 6 + b$, więc $b = 2$.

Dwa punkty: $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ dla $x_1 \neq x_2$.

Kąt nachylenia: $\operatorname{tg}\alpha = a$, gdzie α jest kątem od dodatniej półosi X do prostej, $0° \leq \alpha < 180°$.

W prawo o 1: $g(x) = f(x - 1)$. Dla $f(x) = 5x$ dostajesz $g(x) = 5x - 5$.

Funkcja liniowa

PRZYKŁADOWE ZADANIA • ROZWIĄZANIA KROK PO KROKU

1. Kiedy funkcja liniowa maleje?

Dla jakich wartości m funkcja $y = (2m + 4)x - 8$ jest malejąca?

1. Znajdź współczynnik przy x

We wzorze $y = ax + b$ o kierunku wykresu decyduje a. Tutaj $a = 2m + 4$. Liczba -8 określa przecięcie z osią Y.

2. Zapisz warunek malejącej funkcji

$$a < 0 \rightarrow 2m + 4 < 0$$

Wykres ma opadać, gdy idziemy w prawo.

3. Rozwiąż nierówność

$$2m < -4 \rightarrow m < -2$$

Odpowiedź: m ∈ (−∞; −2). Dla $m = -2$ mamy $a = 0$, więc funkcja jest stała.

Funkcja liniowa

PRZYKŁADOWE ZADANIA • ROZWIĄZANIA KROK PO KROKU

2. Kiedy proste są równoległe?

Dla jakiego m wykres funkcji y = (2m + 4)x − 8 jest równoległy do prostej y = 7x + 3?

1. Porównaj współczynniki kierunkowe

Proste równoległe mają takie samo a. Współczynniki to 2m + 4 oraz 7.

2. Ułóż i rozwiąż równanie

$2m + 4 = 7 \rightarrow 2m = 3 \rightarrow m = \frac{3}{2}$

3. Sprawdź wynik

Dla m = 3/2 otrzymujemy y = 7x − 8. Obie proste mają a = 7, lecz różne b: −8 i 3. Są więc różnymi prostymi równoległymi.

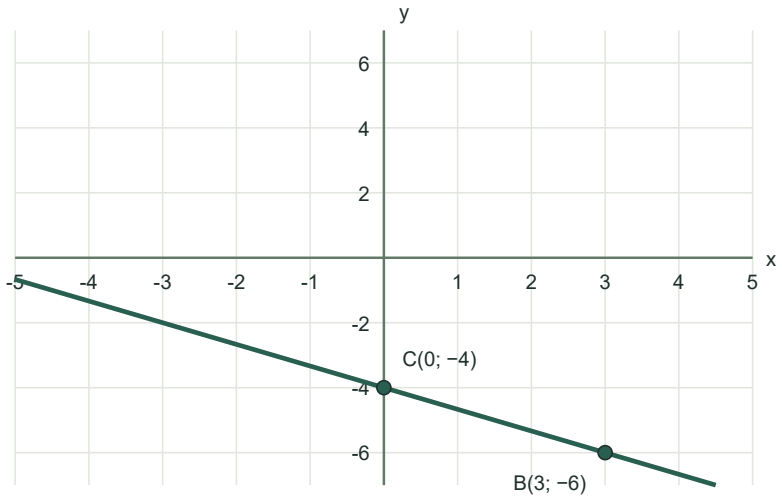
Funkcja liniowa

PRZYKŁADOWE ZADANIA • ROZWIĄZANIA KROK PO KROKU

3. Wzór funkcji z wykresu

Wyznacz wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez C(0; −4) i B(3; −6).

1. Odczytaj b z osi Y



Punkt C leży na osi Y. Stąd b = −4 i szukany wzór ma postać y = ax − 4.

2. Podstaw drugi punkt

$$-6 = 3a - 4 \rightarrow -2 = 3a \rightarrow a = -\frac{2}{3}$$

Podstawiamy x = 3 oraz y = −6 z punktu B.

3. Zapisz i sprawdź wzór

$$y = -\frac{2}{3}x - 4$$

Dla x = 0 wychodzi −4, a dla x = 3 wychodzi −6. Wykres maleje, bo a < 0.

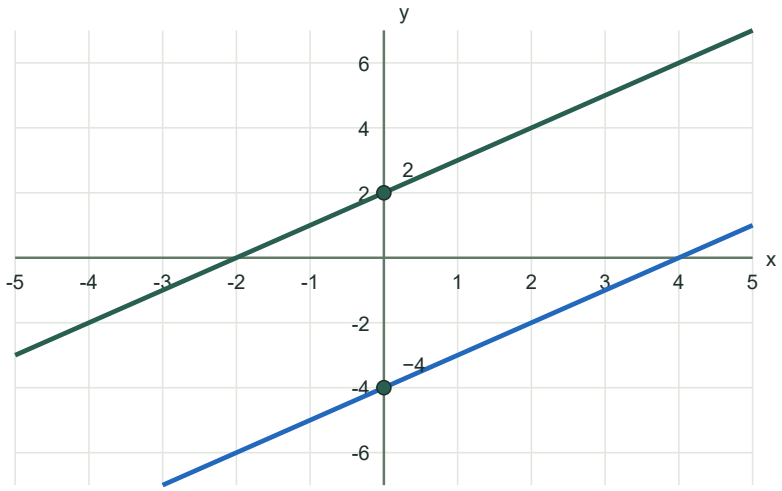
Funkcja liniowa

PRZYKŁADOWE ZADANIA • ROZWIĄZANIA KROK PO KROKU

4. Dopasuj układ równań do wykresu

Który układ opisuje dwie proste pokazane w pierwszym kroku?

1. Przyjrzyj się wykresowi



A: y = x + 2 oraz y = x − 2
B: y = −x + 2 oraz y = −x − 4
C: y = x + 2 oraz y = x − 4
D: y = x + 2 oraz y = −x − 4

2. Sprawdź kierunek prostych

Obie proste rosną i są równoległe. W B obie maleją, a w D mają różne współczynniki kierunkowe. Te odpowiedzi odpadają.

3. Odczytaj przecięcia z osią Y

Wykresy przecinają oś Y na wysokościach 2 i −4. Odpowiedź A odpada, bo ma b = −2 zamiast −4.

C: y = x + 2 oraz y = x − 4

Proste nie mają punktu wspólnego - ten układ nie ma rozwiązań.