Równania i nierówności

01 / Liniowe

Usuń nawiasy → uporządkuj → podziel.

Krok 1: Zacznij od nawiasów

$2x - 3(x - 1) = 7 + 5x$

−3 mnoży każdy składnik: $-3 \cdot x$ i $-3 \cdot (-1)$.

Krok 2: Zredukuj wyrazy podobne

$2x - 3x + 3 = 7 + 5x$

Krok 3: x na jedną stronę, a liczby na drugą stronę

$-6x = 4$

Krok 4: Podziel obie strony przez −6

$x = -\frac{2}{3}$

A jeśli jest nierówność? Dla tego samego przykładu ze znakiem > otrzymasz $-6x > 4$. Dzielisz przez liczbę ujemną, więc **odwracasz znak: x <** $-\frac{2}{3}$. Gdy po uproszczeniu zostaje 0 = 0, pasuje każda liczba z dziedziny; gdy 0 = 4 - żadna.

Równania i nierówności

02 / Kwadratowe

Wszystko na jedną stronę → miejsca zerowe → wynik.

Krok 1: Wymnóż nawiasy

$-x(2x - 5) = -3x^2 + 2(x - 2) + 2$

Krok 2

$-2x^2 + 5x = -3x^2 + 2x - 2$

Uporządkuj do postaci $ax^2 + bx + c = 0$

Krok 3

$x^2 + 3x + 2 = 0$

Oblicz deltę

$\Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 1$

$a = 1, b = 3, c = 2.$

Krok 4: Wyznacz rozwiązania

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3 - \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = -2$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3 + \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = -1$$

Można też zauważyć $(x + 2)(x + 1) = 0$.

Równania i nierówności

NIERÓWNOŚCI KWADRATOWE

Wzory: $\Delta = b^2 - 4ac$.

$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ oraz $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$.

$\Delta > 0$: dwa rozwiązania.

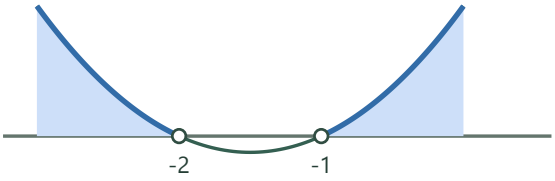
$\Delta = 0$: jedno rozwiązanie: $x = \frac{-b}{2a}$.

$\Delta < 0$: brak rozwiązań rzeczywistych.

Nierówność? Trzy ruchy i szkic

1. **Oblicz x_1 i x_2** tak samo jak w równaniu. Dla $x^2 + 3x + 2 = 0$: $x_1 = -2$, $x_2 = -1$.
2. **Narysuj parabolę** i zaznacz zera. Tutaj a = 1 > 0, więc ramiona są w górę.
3. **Wybierz część wykresu:** > 0 - nad osią X; < 0 - pod osią X.

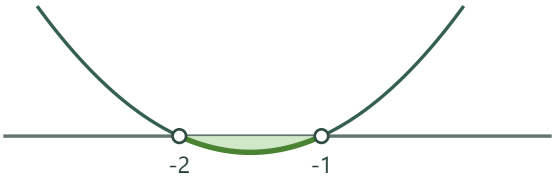
$x^2 + 3x + 2 > 0$



$x \in (-\infty; -2) \cup (-1; +\infty)$

Nad osią, czyli na zewnątrz miejsc zerowych.

$x^2 + 3x + 2 < 0$



$x \in (-2; -1)$

Pod osią, czyli pomiędzy miejscami zerowymi.

Otwarte kółko: dla > i < nie bierzemy zer. Przy ≥ i ≤ dołączamy zera (nawiasy kwadratowe). Przy a < 0 ramiona są w dół - nadal patrz, co leży nad osią, a co pod nią.

Równania i nierówności

03 / Iloczynowe

Iloczyn jest zerem, gdy przynajmniej jeden czynnik jest zerem.

Krok 1: Zauważ postać iloczynu

$(x - 2)(x + 3) = 0$

Nie musisz wymnażać nawiasów.

Krok 2: Rozdziel na dwa równania

$x - 2 = 0$ LUB $x + 3 = 0$

Wystarczy wyzerować jeden czynnik.

Krok 3: Rozwiąż każde z nich

$x = 2$ LUB $x = -3$

Nie dziel przez $(x - 2)$ - zgubisz rozwiązanie $x = 2$.

Krok 4: Zapisz zbiór

$x \in \{-3; 2\}$

Powtarzające się rozwiązanie zapisujesz tylko raz.

Więcej czynników? W równaniu $(x^2 + 3x + 2)(x^2 - 9)(x^3 + 8) = 0$ zerujesz osobno każdy nawias. Dostajesz $\{-3; -2; -1; 3\}$. Powtarzające się rozwiązanie zapisujesz tylko raz.

Równania i nierówności

04 / Wymierne

Najpierw założenia. Na końcu odrzuć niedozwolone liczby.

Krok 1: Spójrz na mianownik

$$\frac{(x+3)(x-2)}{x^2-9}=0$$

Przez zero nie wolno dzielić.

Krok 2: Zapisz założenia

$x^2 - 9 \neq 0$, czyli $x \neq -3$ i $x \neq 3$

Zachowaj je, nawet gdy potem skrócisz ułamek.

Krok 3: Wyzeruj licznik

$(x + 3)(x - 2) = 0 \rightarrow x = -3$ lub $x = 2$

Ułamek jest zerem, gdy licznik jest zerem, a mianownik nie.

Krok 4: Sprawdź założenia

Odrzuć -3. Zostaje $x = 2$.

To najważniejsza kontrola na końcu.

Ułamki po obu stronach równania? Zapisz założenia. Pomnóż równanie przez wspólny mianownik, rozwiąż je, a na końcu odrzuć liczby wykluczone z dziedziny.

Równania i nierówności

05 / Wartość bezwzględna

Odległość od zera. Dla dodatniej odległości są dwie możliwości.

Krok 1: Odczytaj równanie

$|x + 3| = 5$

Liczba w środku ma odległość 5 od zera.

Krok 2: Rozpisz dwie możliwości

$x + 3 = 5$ LUB $x + 3 = -5$

Wartość bezwzględna zarówno 5, jak i −5 wynosi 5.

Krok 3: Rozwiąż obie gałęzie

$x = 2$ LUB $x = -8$

W obu równaniach odejmij 3.

Krok 4: Sprawdź

$|2 + 3| = 5$; $|-8 + 3| = 5$

Obie liczby pasują.

Wartość bezwzględna nie jest ujemna. Równanie $|x| = -2$ nie ma rozwiązań, $|x| = 0$ daje $x = 0$, a $|x| = 2$ daje $x = -2$ lub $x = 2$.